



TITLE:

有限要素法による車室音響解析および溶接時の熱解析 (有限要素法の数学的基礎理論)

AUTHOR(S):

石原, 和夫

CITATION:

石原, 和夫. 有限要素法による車室音響解析および溶接時の熱解析 (有限要素法の数学的基礎理論). 数理解析研究所講究録 1975, 241: 1-13

ISSUE DATE:

1975-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/105579>

RIGHT:

有限要素法による車室音響解析および溶接時の熱解析

トヨタ自動車工業 石原和夫

1. まえがき

有限要素法は、構造解析に应用されて以来、最近では熱伝導解析・流体力学・音響解析等のいわゆる非構造分野に应用されて、偏微分方程式の数値解法としての成果をあげている。自動車工学においても有限要素法は、ボデーシェル構造の応力解析、振動解析等の構造解析に应用されて、設計段階への貴重なデータを提供して、実際問題への成果が報告されている。⁽²⁾

非構造分野の応用例として、車室音響解析、溶接現象の熱解析も、自動車工学においては種々見られる。

今回これらの音響解析、溶接時の熱解析の応用例について、実験と比較・検討した。

2. 車室音響解析

剛な壁で囲まれた室の定常な音場の方程式(2次元)は、
つぎの固有値問題となる。

(領域を Ω 、境界を Γ とする。図1)

$$\left. \begin{aligned} \Delta P + \frac{\omega^2}{c^2} P &= 0 & \text{in } \Omega \\ \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 & \text{on } \Gamma \end{aligned} \right\} \text{-----(1)}$$

Δ : ラプラシアン P : 音圧

c : 音速 ω : 角周波数

n : 法線方向ベクトル

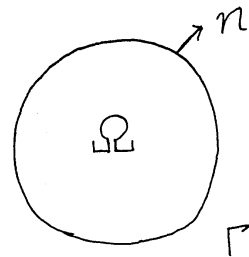


図 1.

領域 Ω を三角形分割し、1つの要素内で
変位関数を次のように1次式で近似する。

$$P = a + bx + cy$$

そして、通常の有限要素近似の定式化により、(1)式はつぎの
ようなマトリックスの固有値問題となる。

$$KIP = \lambda M^c IP \text{ -----(2)}$$

$$\text{又は } KIP = \lambda M^l IP \text{ -----(3)}$$

$$\lambda = \frac{\omega^2}{c^2}$$

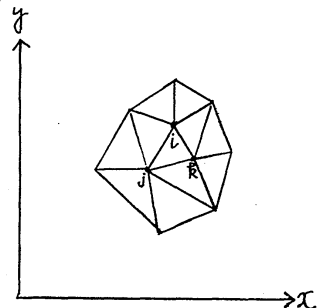


図 2.

ここで K は stiffness matrix.

M^c は consistent mass matrix

M^l は lumped mass matrix

一般に剛な壁で囲まれに長方形の室 ($L_x \times L_y(m)$) の固有周波数の厳密解は、次式で与えられる。

$$f_{s,t} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{s}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{t}{L_y}\right)^2} \quad (Hz)$$

$f_{s,t}$ は、 (s,t) モードの周波数

この厳密解と計算結果の比較、および収束性は図3のとおりである。





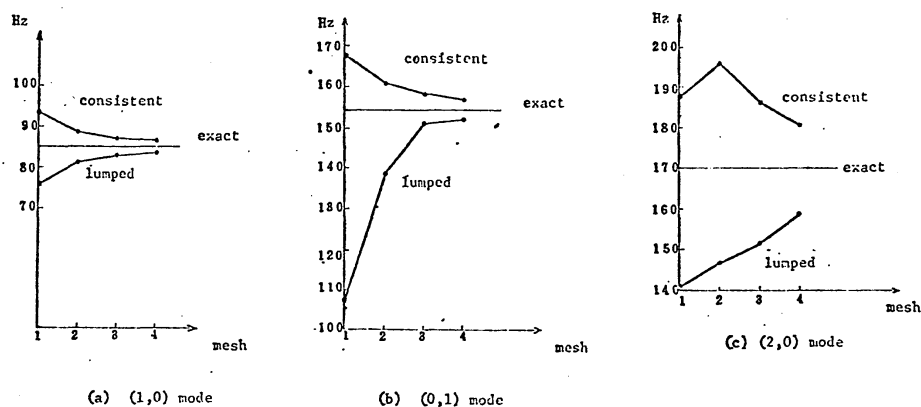
Mesh Configuration (Size:2.0x1.1m)		Scheme	Normal frequencies (Hz)		
			(1,0) Mode	(0,1) Mode	(2,0) Mode
1		consistent	93.1	167.6	187.5
		lumped	75.8	107.0	140.3
2		consistent	88.7	160.9	195.6
		lumped	81.0	138.6	146.8
3		consistent	87.1	158.2	186.0
		lumped	82.8	150.4	151.2
4		consistent	86.4	157.0	180.7
		lumped	83.6	151.9	158.3
exact			85.0	154.5	170.0

Figure 3. Convergence of the normal frequencies for the rectangular model.



つぎに、Balt の論文⁽³⁾に書かれている L 形の例題について、Balt の実験結果と計算結果の比較は、図 4 のとおりである。長方形の場合も、この場合もいずれも consistent mass の時は、厳密解あるいは実験結果に対して上界を、lumped mass の時は下界を与えている。

つぎに実際の車室について計算をした。

車室については、一応ボデーパネルを囲まれの境界は、剛な壁として仮定した。その結果は、図 5 のとおりである。

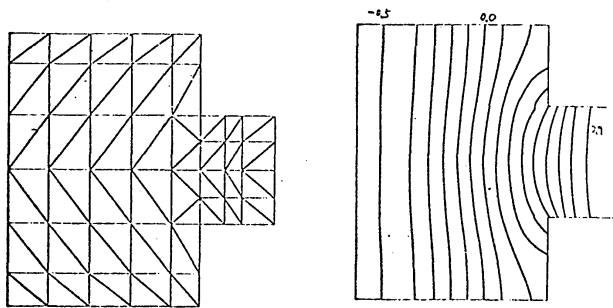
さらに、実際に近いモデルとして、シート付きの車室についての計算結果は、図 6 にあるとおりである。

これについては実験結果はないが、一般的には車室にシートを付けた場合は、周波数が低下するのはよく言われることである。

なお、変位関数を次のような 3 次式

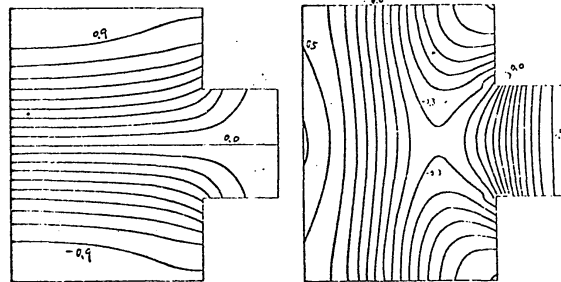
$$P = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8(x^2y + xy^2) + a_9y^3$$

で仮定した文献は、Shuku, Ishihara の文献⁴⁾を参照されたい。



(a)

1st mode	
consistent	825 Hz
lumped	812 Hz
exp.	825 Hz

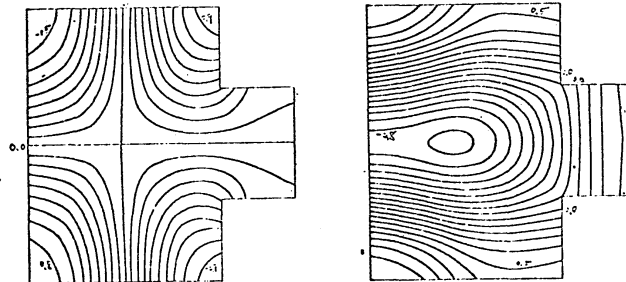


(b)

2nd mode	
consistent	900 Hz
lumped	874 Hz
exp.	900 Hz

(c)

3rd mode	
consistent	1336 Hz
lumped	1273 Hz
exp.	1300 Hz



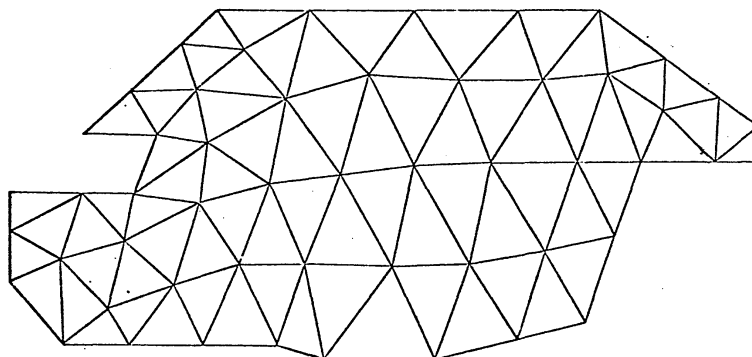
(d)

4th mode	
consistent	1443 Hz
lumped	1354 Hz
exp.	1400 Hz

(e)

5th mode	
consistent	1844 Hz
lumped	1670 Hz
exp.	1800 Hz

Figure 4.




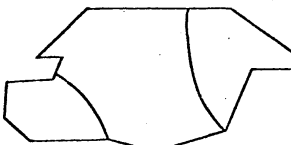
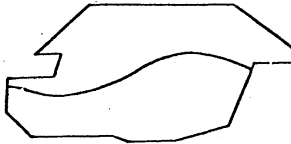
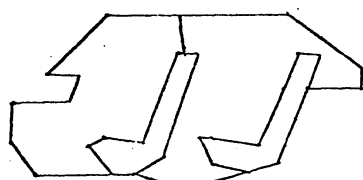
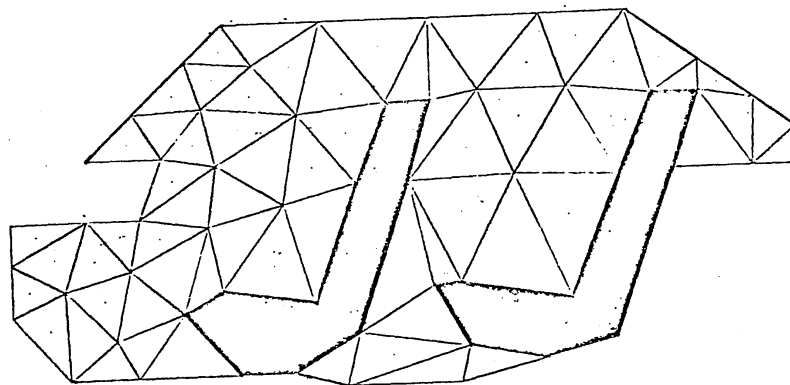
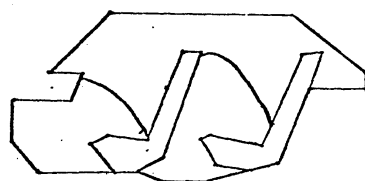
	(a)	1st mode	
		consistent	86.9 Hz
		lumped	85.9 Hz
		exp.	87.5 Hz
	(b)	2nd mode	
		consistent	142.7 Hz
		lumped	138.7 Hz
		exp.	138.5 Hz
	(c)	3rd mode	
		consistent	159.1 Hz
		lumped	151.6 Hz
		exp.	157.0 Hz

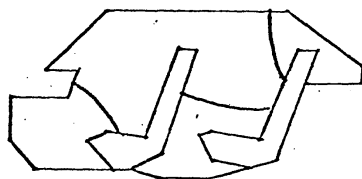
Figure 5. Automobile compartment model and the results.



1st mode
(a) consistent 55.6 Hz
lumped 55.3 Hz



2nd mode
(b) consistent 107.0 Hz
lumped 104.7 Hz



3rd mode
(c) consistent 129.9 Hz
lumped 126.7 Hz

Figure 6. Automobile compartment model with seat and the results

3. 溶接時における熱伝導解析

パルス溶接法では、図7のように全体を上下から電極で挟んで、一定時間(t)、加圧(P)、通電(I)する。

フロジェクション諸元(α, h, w)と、

溶接条件(t, P, I)を厳密にえらべば、

次のような現象が起こり溶接が行われる。

最初通電により、溶接面は一度溶融

し、その溶融面に金属に汚染、酸化

物等の不純物を含ませる。高温で塑性変形が容易になり、

フロジェクション側の材料が、加圧により順次供給され、溶

融部分が溶接面外に押し出される。これとともに溶接面は、

互いにこすり合わされ、清浄な原子面が得られ、圧接が完了

する。さて、溶接しなけければならない異種金属の組み合わせ

が与えられると、フロジェクション諸元(α, h, w)と溶接条件

(t, P, I)を決めるのであるが、溶接可能な組み合わせの範囲を

求めることは、かなり困難なことである。

さらに溶接装置についても、その容量、電流波形の選択に溶接が可能であるという保障が与えられる必要がある。これらの点に関して、溶接部の温度分布がわかれば、溶接の可能性に対して、ある程度の目安を与えることができる。

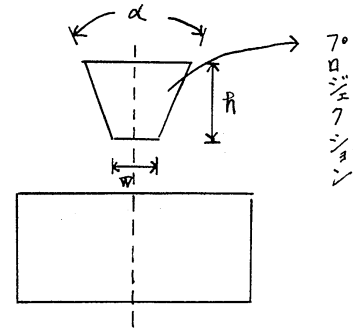


図 7.

しにが、つぎのような熱伝導方程式を解くことは、溶接技術の上で重要なことである。

$$\left. \begin{aligned} \rho(u) C(u) \frac{\partial u}{\partial t} &= k(u) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t, u) \\ 0 \leq t &\leq T \\ u &= \varphi \quad \text{on } \Gamma_1 \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= 0 \quad \text{on } \Gamma_2 \\ u|_{t=0} &= \psi \quad (\text{初期値}) \end{aligned} \right\} (4)$$

u : 温度 ρ : 密度 C : 比熱

k : 熱伝導率 f : 発熱量

領域を三角形分割し、各要素内でしかも微小時間間隔では、

ρ, C, k は一定とし、 $u = a + bx + cy$ という1次の変位関数を仮定すれば、つぎのマトリックス表示を得る。

$$M \frac{dV}{dt} + K V = F \quad (5)$$

M : mass matrix, K : stiffness matrix

時間区間を P 等分して、step-by-step に求めるのに次式を使う。

(Fujii の文献より)

$$M \frac{V^{n+1} - V^n}{\Delta t} + \theta K V^{n+1} + (1-\theta) K V^n = F^n$$

$$\text{ここで } F^n = \frac{1}{\Delta t} \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} F dt$$

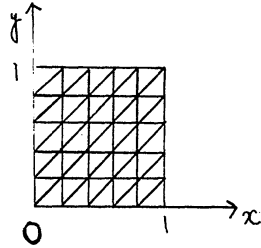
計算チェックのため、つぎのような厳密解のわか、問題を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq t \leq 0.01)$$

$$u = 0 \quad (x = 0, x = 1, y = 0, y = 1)$$

$$u(0, x, y) = 100 \sin \pi x \sin \pi y$$

$$\text{厳密解は、} u(t, x, y) = 100 \sin \pi x \sin \pi y e^{-2\pi^2 t}$$



$$\Delta t = 0.001, \theta = 1.0$$

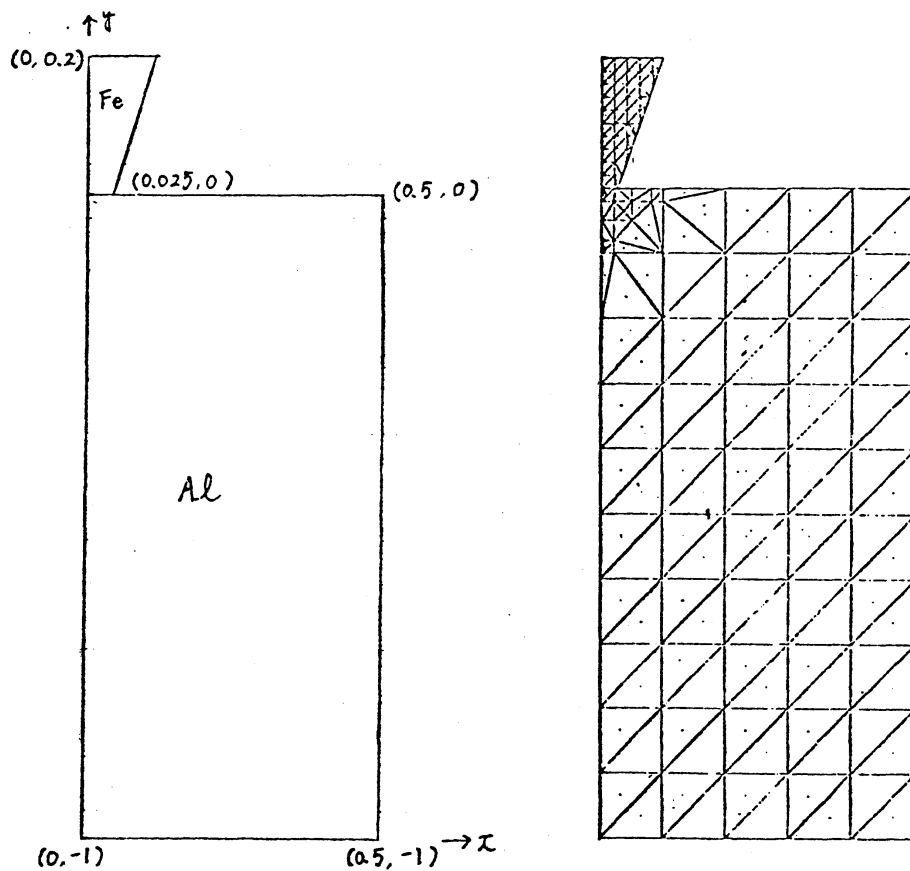
M と ρ を lumped mass を使う。

結果は、つぎのとおりである。

時間	厳密解	有限要素法
0.001	98.0454	98.1600
0.002	96.1291	96.3538
0.003	94.2502	94.5809
0.004	92.4080	92.8406
0.005	90.6018	91.1323
0.006	88.8309	89.4554
0.007	87.0947	87.8094
0.008	85.3924	86.1937
0.009	83.7233	84.6077
0.01	82.0869	83.0509

つぎに鉄とアルミニウムの異種金属の溶接の解析をする。

モデルは、下図のとおりとする。



$\rho C \frac{\partial u}{\partial t} = k \Delta u + f \quad (0 \leq t \leq \frac{1}{120} \text{ (秒)})$ における係数は
 次のとおりである。

	Fe	Al
ρ	7.86	2.70
k	$0.146 - 9.71 \times 10^{-5} u$	0.4
C	$0.924 \times 10^{-12} u^4 - 0.75 \times 10^{-9} u^3 + 0.212 \times 10^{-6} u^2 + 0.815 \times 10^{-4} u + 0.1$	0.23
f	$4.08 \times (7.64 + 0.118 u) \sin^2 \pi t$	$9.08 \times (4.5 + 4.0 \times 10^{-3} u) \times \sin^2 120 \pi t$

境界条件

$$u = 20^\circ\text{C} \quad \text{on} \quad \gamma = 0.2$$

$$u = 20^\circ\text{C} \quad \text{on} \quad \gamma = -1$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{上記の境界以外 (断熱条件)}$$

初期値

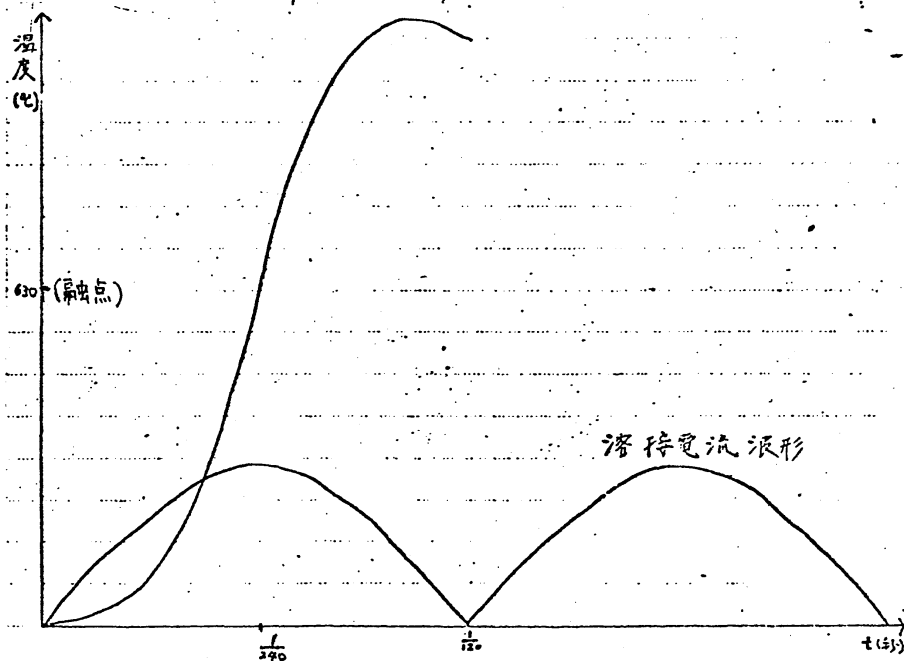
$$u|_{t=0} = 0 = 20^\circ\text{C}$$

時間区間を 16 等分して計算した。 $(\Delta t = \frac{1}{1920})$

プロジェクトン中央部 (鉄とアルミニウムの接点) の温度分布は、下図のとおりである。

実際の溶接では、 $\frac{1}{240}$ 秒付近で完了している。

計算結果では、 $\frac{1}{240}$ 秒付近でアルミニウムの融点 (630°C) を超えており、実験とはほぼ一致している。



References

1. O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung , " The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics , " MacGraw-Hill (1966)
2. L. I. Nagy , " Finite Element Method in Automobile Design," Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis 443-460 (1973)
3. R. H. Bolt , " Normal Modes of Vibration in Room Acoustics : Experimental Investigations in Nonrectangular Enclosures , " J. Acous. Soc. Amer. 11, 184-197 (1939)
4. T. Shuku and K. Ishihara , " The Analysis of The Acoustic Field in Irregularly Shaped Rooms by The Finite Element Method , " Journal of Sound and Vibration 29, 67-76 (1973)
5. H. Fujii , " Some Remarks on Finite Element Analysis of Time-Dependent Field Problems , " Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis , 91-106 (1973)
6. G. Strang and G. Fix , " An Analysis of the Finite Element Method , " Prentice-Hall (1973)